

БОШКОВИЋЕВО СХВАТАЊЕ РЕЛАТИВНОСТИ КРЕТАЊА

ДРАГОСЛАВ СТОИЉКОВИЋ¹ и РОЏЕР Ј. АНДЕРТОН²

¹*Технолошки факултет, Универзитет Нови Сад, Србија*

²*Велика Британија*

E-mail: dragos@uns.ac.rs, r.j.anderton@btinternet.com

Резиме: По Руђеру Бошковићу, апсолутно кретање се не може сазнати, већ само релативно, једног тела у односу на друго, што је описао примерима кретања два тела на паралелним, унакрсним и мимоилазним путањама. У раду су приказани математички изрази за релативну брзину два тела која се крећу равномерно и праволинијски на паралелним или унакрсним путањама, а између тела не делује никаква сила. Показано је да се релативна брзина повећава при удаљавању, а смањује при приближавању два тела. Другим речима, постоји убрзавање и успоравање релативне брзине.

Кључне речи: Руђер Бошковић, релативност кретања

1. БОШКОВИЋЕВО СХВАТАЊЕ РЕЛАТИВНОСТИ КРЕТАЊА

Схватања о простору, времену и кретању, као и о њиховој релативности је Руђер Бошковић (1711-1787) изложио у поглављу „О простору и времену како их ми спознајемо“ у допуни II своје „Теорије природне филозофије“ (Бошковић, 1758 и 1763).

„Ми не можемо спознати кретање које је заједничко нама и свету, па ни ако би било повећано у ма којој сразмери или ако би се потпуно смањило.“

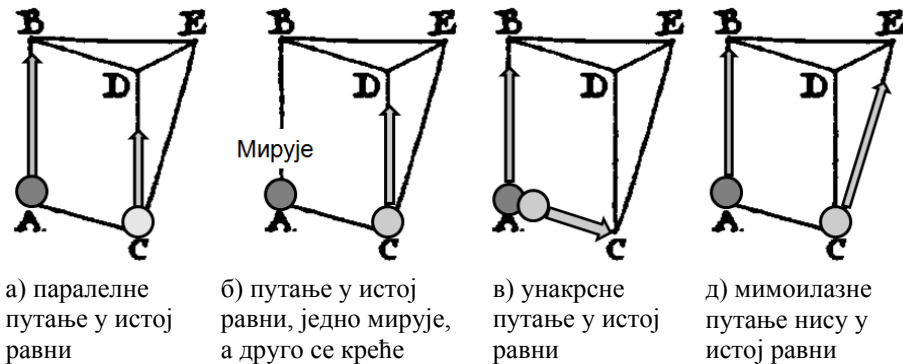
„Ако би сав овај видљиви свет паралелним кретањем кренуо на било коју страну и ако би се у исто време окренуо за исти угао, не бисмо осетили ни то кретање ни тај заокрет.“

„Могло би се догодити да се читав овај видљиви свет исто тако из дана у дан стеже или проширује и да се скала исто тако стеже или продужује. Кад би се то догодило, у нашем уму не би дошло ни до какве промене идеја, па не бисмо ни осетили никакву промену.“

„Ми не видимо непосредно апсолутно кретање, већ само релативно у односу на Земљу или у најбољем случају у односу на планетарни систем или на систем звезда стајачица“ (Бошковић, 1763, &386).

На основу традиционалног Њутновог схватања Бошковић прави разлику између апсолутног и релативног кретања: „Апсолутно кретање је непрекидна промена места и настаје када појединим временским тренуцима одговарају поједине тачке простора, увек друге тачке другим тренуцима... Релативно, пак, кретање је промена размака или смера“. (Бошковић, 1755, навдено према С. Кутлеши, 1994, где су детаљно изнета схватања Бошковића у погледу релативности простора, времена и кретања.)

Да би приказао разлику асполутног и релативног кретања, Бошковић се служи једноставним и лако схватљивим примером, уз помоћ пирамиде ABCDE (Сл. 1). Ради лакшег разумевања Бошковићевог описа положаја тела и њихових путања ми смо круговима приказали положаје тела, а стрелицама њихово кретање.



Слика 1: Могући односи путања два тела. (Бошковић, 1755, је описао положаје и кретања тела на пирамиди ABCDE, а ми смо то приказали круговима и стрелицама).

По Бошковићу, нека неко тело има право апсолутно кретање у смеру АВ и неко друго тело исто такво кретање у паралелном смеру CD (Сл. 1а). Ако је на почетку кретања удаљеност тела била АС, онда ће она на крају кретања бити $BD=AC$. Свако тело се кретало апсолутно, али није постојало кретање једног тела према другом, јер се није променио ни њихов размак ни смер кретања. Тела су релативно мировала иако су се апсолутно кретала.

Међутим, ако су се тела на Сл. 1а кретала различитим брзинама, или у различитим смеровима, тада поред апсолутног постоји и релативно кретање тела, јер се тела удаљују једно од другог. Релативно кретање постоји и у случајевима приказаним на сликама 1б, 1в и 1г.

Бошковић није навео математичке изразе за релативно кретање два тела. У циљу потпунијег и тачнијег разматрања, ми смо извели математичке једначине за релативна кретања два тела на паралелним и унакрсним путањама. Претпоставили смо да **између тела не делује никаква сила која**

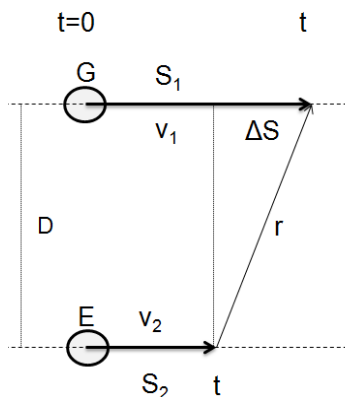
би могла да убрза или успори њихово апсолутно и релативно кретање, или да промени смер њиховог кретања.

КРЕТАЊЕ ДВА ТЕЛА НА ПАРАЛЕЛНИМ ПУТАЊАМА

Размотримо два тела G и E, која се крећу различитим брзинама v_1 и v_2 , на паралелним путањама на растојању D (Сл. 2). На почетку, при $t = 0$, растојање између тела је једнако D . Након неког времена t , тело G ће прећи пут S_1 , а тело E пут S_2 (1), а растојање између G и E ће се повећати до r (2).

$$S_1 = v_1 t; \quad S_2 = v_2 t; \quad (1)$$

$$r^2 = D^2 + (S_1 - S_2)^2 = D^2 + (v_1 - v_2)^2 t^2 \quad (2)$$



Слика 2:

Тела G и E се различитим брзинама v_1 и v_2 крећу у истом правцу на паралелним путањама које су на растојању D .

Ознаке: t је време, S је пређени пут, r је растојање између тела.

Релативно кретање два тела на **паралелним путањама** се може приказати помоћу њихове релативне брзине ($V_r = dr/dt$) и растојања (r) изразима (3) and (4).

$$V_r = dr/dt = (v_1 - v_2)^2 t / [D^2 + (v_1 - v_2)^2 t^2]^{1/2} \quad (3a)$$

$$V_r = dr/dt = (v_1 - v_2) [1 - D^2/r^2]^{1/2} \quad (3b)$$

$$r = [D^2 + (v_1 - v_2)^2 t^2]^{1/2} \quad (4)$$

Изрази (3) и (4) приказују утицаје времена (t) и растојања (D) између паралелних путања на релативну брзину (V_r) и на растојање (r) између два тела која се крећу у истом смеру. Уз мала прилагођавања се ови изрази могу користити и за неке друге случајеве паралелног кретања два тела:

(a) У случају $v_1 = v_2$ за кретање тела у истом смеру добија се да је $V_r = 0$ и $r = D$ (као што је горе већ описао Бошковић);

(b) У случају удаљавања тела која се крећу у супротним смеровима, у изразима (3) и (4) се стави да је $v_2 < 0$, па се добију изрази (5) и (6):

$$V_r = dr/dt = (v_1 + v_2)^2 t / [D^2 + (v_1 + v_2)^2 t^2]^{1/2} \quad (5)$$

$$r = [D^2 + (v_1 + v_2)^2 t^2]^{1/2} \quad (6)$$

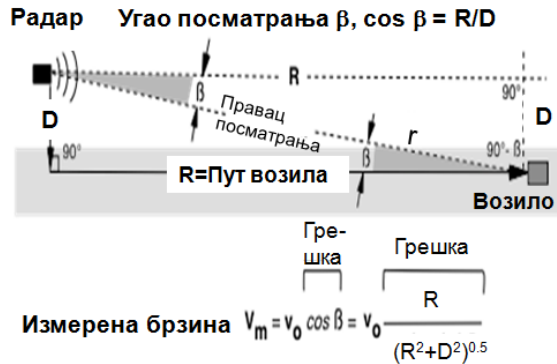
(в) У случају да се једно тело креће брзином (v_1), а друго тело мирује ($v_2=0$), као на Сл. 1б, одговарајући изрази су (7) и (8), који се могу применити за приближавање, али и за удаљавање тела.

$$V_r = dr/dt = v_1^2 t / (D^2 + v_1^2 t^2)^{1/2} = v_1 (1 - D^2/r^2)^{1/2} \quad (7)$$

$$r = (D^2 + v_1^2 t^2)^{1/2} \quad (8)$$

УТИЦАЈ КОСИНУСА УГЛА ПОСМАТРАЊА

Изрази (7) и (8) су добро познати, јер имају значај при мерењу брзине возила у саобраћају (Internet, Cosine...). Измерена брзина возила (V_m) је мања од стварне брзине возила (v_0) сразмерно косинусу угла β између правца посматрања и пута по коме се креће возило, а према изразу који је приказан на Сл. 3. Израз (7) је истоветан са изразом на Сл. 3, само су ознаке другачије: релативна брзина $V_r = dr/dt$ између посматрача (тј. радара) и возила је заправо измерена брзина (V_m); затим стварна брзина возила је $v_1 \equiv v_0$; израз $(1 - D^2/r^2)^{1/2} = (1 - \sin^2 \beta)^{1/2} = \cos \beta$.



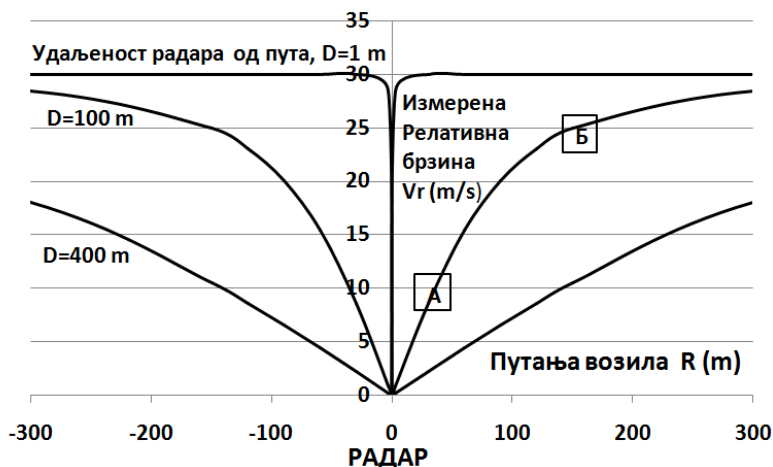
Слика 3: Утицај косинуса угла правца посматрања и путање возила на измерену релативну брзину возила (Internet, Cosine...).

Нека се неко возило креће брзином $v = 30$ m/s. Ако је радар постављен на растојању $D = 1$ m пута, измерена релативна брзина удаљеног возила при приближавању биће $V_r = 30$ m/s, која ће при проласку поред радара нагло опасти, за тренутак имати вредност $V_r = 0$ m/s, а потом при удаљавању убрзо биће $V_r = 30$ m/s (Сл. 4). Међутим, ако је радар постављен на растојању од пута $D = 100$ m, измерена брзина долазећег возила биће знатно мања од стварне, а постаће једнака нули када правац радарског посматрања буде

нормалан на правац путање возила (тј. када је угао $\beta = 90^\circ$, а $\cos \beta = 0$). Затим, при удаљавању ће измерена брзина бити све већа и тек при веома великом растојању возила, при $R \gg D$, ће бити једнака стварној брзини.

Ако се неколико возила крећу истом брзином и удаљују од радара, који је на истом растојању од њихових путева, измерена релативна брзина удаљенијих возила ће бити већа од брзине ближих возила. (На пример, упоредити релативне брзине возила А у положају $R_A \approx 30$ m и другог возила Б у положају $R_B \approx 150$ m на Сл. 4 за $D = 100$ m).

Штавише, екстраполацијом њихових брзина и путања би се могло закључити да су сва возила имала релативну брзину једнаку нули, $V_r = 0$, када су била на најмањем растојању од радара, односно да су у почетку сва возила била паркирана на истом простору и мировала су. А онда су почела да се крећу у различитим правцима, удаљујући се од посматрача (радара) све брже и брже.



Слика 4: Релативне брзине за возила које се крећу $v = 30$ m/s у зависности од удаљености радара од пута (D) и од пређене путање возила (R). Израчунато помоћу израза на Сл. 3, тј. израза (7) и (8).

КРЕТАЊЕ ДВА ТЕЛА НА УНАКРСНИМ ПУТАЊАМА

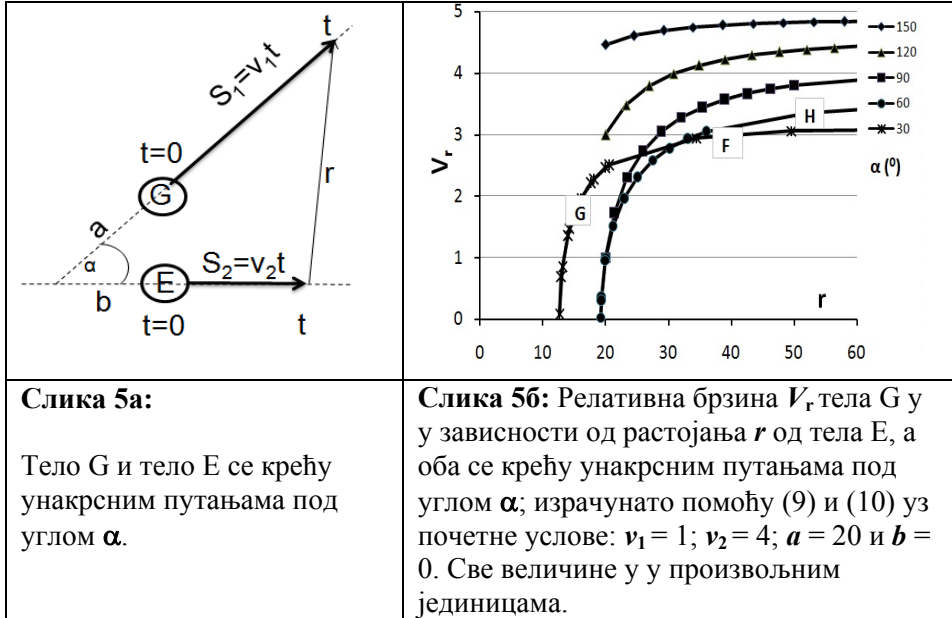
Размотримо сада релативну брзину два тела која се крећу унакрсним путањама, што је Бошковић описао како је то приказано на слици 1в.

Ако би се једно тело Г кретало брзином v_1 , а друго тело Е брзином v_2 и ако би њихове путање биле унакрсне, а у неком тренутку $t = 0$ њихова растојања од пресека путања била a и b (Сл. 5а), тада се могу извести изрази (9) и (10) за њихову релативну брзину и растојање.

$$V_r = dr/dt = [(v_1^2 + v_2^2 - 2 v_1 v_2 \cos \alpha) t + a(v_1 - v_2 \cos \alpha) + b(v_2 - v_1 \cos \alpha)]/r \quad (9)$$

$$r = [(a + v_1 t)^2 + (b + v_2 t)^2 - 2(a + v_1 t)(b + v_2 t) \cos \alpha]^{1/2} \quad (10)$$

Иако се тело G креће стално истом брзином, прорачун применом (9) и (10) показује да је његова релативна брзина у односу на тело E све већа уколико је на већем растојању (на пример положаји G, F и H на Сл. 5б).



ЗАКЉУЧАК

По Бошковићеву, апсолутно кретање се не може сазнати, већ само релативно, једног тела у односу на друго, што је описао примерима кретања два тела на паралелним, унакрсним и мимоилазним путањама (Сл. 1). У раду су приказани математички изрази за релативну брзину два тела која се крећу равномерно и праволинијски на паралелним или унакрсним путањама, при чему између тела не делује никаква сила. Показано је да се релативна брзина повећава при удаљавању, а смањује при приближавању два тела. Другим речима, постоји убрзавање и успоравање релативне брзине.

Литература

Boscovic, R. J.: 1758 (прво издање, Беч), 1763 (друго издање, Венеција), *Philosophiae naturalis theoria redacta ad unicam legem virium in natura existentium* (на латинском); 1922. и 1966, *A Theory of natural philosophy* (на енглеском), M.I.T. Press, Cambridge; 1974, *Teorija prirodne filozofije svedena na jedan jedini zakon sila koje postoje u prirodi*, (латински и хрватски), Liber, Zagreb.

- Boscovic, R. J.: I, 1755; II, 1760; III, 1792, *Philosophiae recentioris a Benedicto Stuy versibus traditae libri X cum adnotationibus, et supplementis P. Rogerii Josephi Boscovich*, I-III, (латински), Typis et sumptibus Nicolai, et Marci Palarini, Rim
Internet: *Cosine Effect Error - Police Radar and Lidar*,
<http://copradar.com/preview/chapt2/ch2d1.html>
- Kuleša, S.: 1994, *Prirodno-filozofijski pojmovi Ruđera Boškovića*, Hrvatsko filozofsko društvo, Zagreb, 315-316.

BOSCOVICH'S COMPREHENSION OF RELATIVITY OF MOVEMENT

Boscovich (1711-1787) differentiates the absolute and relative movements. “We do not observe absolute motions, but merely relative motions with respect to the Earth, or at most those with respect to the planetary system or the system of all the fixed stars”. He described the relative movements of two bodies at parallel, crosswise and passing over (evading) paths. In this work we presented the mathematical expressions for the relative rates of two bodies moving on parallel and crosswise trajectories, with no force acting between the bodies. It follows that relative rate increases by the recession and decreases by the approach of two bodies, i.e. there is an acceleration and deceleration of relative rate.

Key words: Roger Boscovich, relative movement.