

О ЈЕДНОМ ПРИЛОГУ МИХАИЛА ПЕТРОВИЋА АЛАСА АСТРОНОМИЈИ

НАДЕЖДА ПЕЈОВИЋ и ЖАРКО МИЈАЈЛОВИЋ

Математички факултет, Студентски трг 16, 11000 Београд, Србија
E-mail: nada@matf.bg.ac.rs, zarkom@matf.bg.ac.rs

Резиме: Представљен је један нумерички поступак Михаила Петровића Аласа који је Војислав Мишковић користио у својим прорачунима идентификовања мање посматраних малих планета.

Кључне речи: Михаило Петровић Алас, Војислав Мишковић, номограми, апроксимације, мале планете, историја астрономије

*

Прецизно говорећи, Петровић није решио неки одређен астрономски проблем. Заправо дао је апроксимативни нумерички поступак који је у оно време, када нису постојали програмабилни рачунари, омогућио да се битно убрза нумеричка анализа једне класе астрономских података којима се бавио Мишковић. Видећемо како је дошло до формулације проблема и његово решење, а такође упознаћемо се са срдачним и присним односом два великана српске науке 20. века, математичара Михаила Петровића Аласа и астронома Војислава Мишковића.

У првом делу рукописа представићемо краће биографије Михаила Петровића и Војислава Мишковића, као и Клуб београдских математичара који је био главно место професионалног окупљања математичара али и научника из сродних наука, механике, астрономије и геонаука.

Михаило Петровић Алас (1868-1943) по многим одликама био је полимат, научник универзалног занимања за разне области математике и других природних наука. Био је пре свега изванредан математичар и угледан професор Универзитета у Београду, али и рибар, књижевник, филозоф, музичар, светски путник и путописац. Завршио је студије математике на Великој школи у Београду, а 1889. отишао је у Париз где на Сорбони стиче



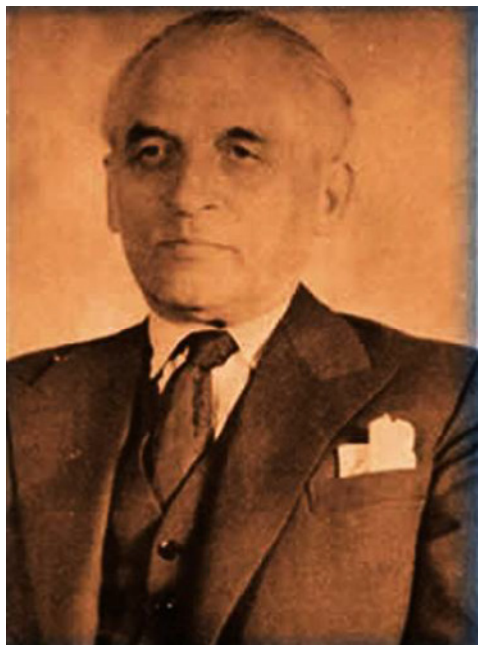
дипломе из математике, физике и хемије. У 26. години, годину дана по завршетку редовних студија, на истом универзитету брани докторат математичких наука као студент чувених француских математичара Анрија Поенкареа, Шарла Ермитеа и Шарла Емила Пикара. Исте године постаје професор Велике школе и доноси дух француске математике у Београд. Тада почиње његово дуго и плодно бављење науком, док се захваљујући њему Београд у математичким наукама приближава другим великим европским центрима.

Петровић је подједнако добро познавао и добијао изванредне резултате у неколико математичких области, пре свега у диференцијалним једначинама, нумеричкој анализи и геометрији полинома. Занимао се и за

природне науке, хемију, физику и биологију у којима је такође објављивао научне радове. Такође је показивао интересовање и за астрономију и објавио је два рукописа из теорије релативности. Објавио је око 400 рукописа, од тога преко триста из математике углавном у водећим светским часописима. Био је ментор свих докторских дисертација (11) из математике које су одбрањене пре Другог светског рата на Београдском универзитету. С обзиром на ову чињеницу, али и на друге заслуге које је имао за српску математику, сматра се оснивачем Српске математичке школе.

Петровић је волео бoемски живот. Свирао је виолину и био је оснивач музичке дружине „Суз“ са којом је свирао по београдским кафанама и „рибљим баловима“. Био је учесник шест поморских експедиција по Атланском и Индијском океану и по северним и јужним морима. Све до Другог светског рата био је главни криптограф Југословенске војске и имао је чин потпуковника.

Војислав Мишковић (1892–1976) рођен је у Фужинама у Хрватској. Почео је да студира астрономију на Универзитетима у Будимпешти и Гетингену непосредно пред почетак Првог светског рата. Када је рат почео, дошао је илегално у Србију и постао члан волонтерског вода. После демобилизације отишао је у Француску где завршава студије астрономије



1919, а одмах затим постаје асистент на Астрономској Опсерваторији у Марсеју. Од 1922. године радио је као астроном на Опсерваторији у Ници.

Докторирао је 1924. на Универзитету у Монпељеу. Мишковић је у Француској био веома активан као астроном. Организовао је нове послове у опсерваторијама, био је уредник часописа за астрономију, организовао је и извео астрономска мерења и триангулацију повезујући Корзику са француским Источним Алпима. Том приликом представио је прву варијанту свог оригиналног астрономског инструмента. За ове доприносе добио је медаљу од Француске академије наука.

У Београд је по позиву дошао 1926. године, већ као афирмисан астроном. Исте године именован је за ванредног професора на Филозофском факултету у Београду у оквиру управо основане Катедре за теоријску и практичну Астрономију. Истовремено је постао директор новоосноване Астрономске опсерваторију у Београду. Може се рећи да је доласком Мишковића из Француске у Београду започео развој астрономије у Србији. Мишковић је 1929. изабран за дописног члана Српске краљевске академије, а 1939. постаје редовни члан. У његову част једна мала планета добија име *Мишковић*.

Клуб математичара

У прошлом веку, између два светска рата у Београду је постојао клуб математичара који је окупљао не само математичаре, већ и професоре и асистенте Београдског универзитета који су се бавили примењеном математиком. Под овим су се у оно време подразумевале теоријска механика, астрономија и друге науке које се граниче са математиком. На састанцима клуба чланови су имали прилику да се упознају са конкретним проблемима којима су се бавиле њихове колеге.

Чланови Клуба често су предузимали заједничке подухвате од ширег научног и друштвеног значаја. О томе сведочи, на пример, фотографија из средине двадесетих година прошлог века на којој је представљена експедиција на Фрушку Гору која је била у потрази за местом за нову астрономску опсерваторију,

Проблем

Једном приликом на састанку Клуба, београдски астроном Војислав Мишковић изложио је метод за идентификовање мање посматраних малих планета. Метод је претпостављао једноставну али оптималну рационалну апсоксимацију односа средњих сидеричких дневних кретања планетоида и Земље. Такав нумерички поступак није био познат Мишковићу, а метода је била тешко употребљива без таквог брзог алгоритма.



Историјски снимак: Клуб математичара - Београдска математичка школа 1926 године. Милош Радојчић, Тадија Пејовић, Вјачеслав Жардецки, Антон Билимовић, Петар Зајанковски, Јеленко Михаиловић (сеизмолог), Радивој Кашанин, Јован Карамата (стоје). Никола Салтиков, Михаило Петровић, Павле Поповић (ректор), Богдан Гавриловић, К. Петковић (декан Филозофског факултета), Милутин Миланковић (седе).

Петровић је неколико дана по упознавању са Мишковићевим проблемом представио Мишковићу графички поступак који једноставно и брзо решава тај задатак. У даљем излагању представимо ово Петровићево решење, „графички рационализатор“.

Решење

Петровић заправо није објавио решење проблема, већ Мишковић и то тек десет година након Петровићеве смрти у чланку

ГРАФИЧКИ РАЦИОНАЛИЗАТОР

Успомена на Михаила Петровића

Зборник радова С.А.Н. XXXV, Математички институт С.А.Н. књ. 3, 1953.

Мишковић је објавио овај спис пре свега у знак сећања на великог математичара и цењеног колегу, Михаила Петровића. Први део Мишковићевог чланка има историјску конотацију. Укратко описује Петровићев лик и његову научну универзалност, али подсећа и на чувени Београдски математички клуб који је имао важну улогу у кругу српских математичара у раздобљу између два светска рата. О томе Мишковић на уводним странама свог чланка пише следеће:

Објављујемо овај мали прилог, мада није био намењен да буде објављен, као успомену на професора Петровића. Писан и његовом руком, оживеће нам у сећању, истина, не Петровића специјалисту за диференцијалне једначине, теорију редова и функција или творца математичких спектара, већ – Петровића који се радо разонођавао, покаткад, елементарном и нумеричком математиком. А оживеће нам за тренутак у сећању, тих неколико Петровићевих редака, и некадањи клуб математичара Београдског универзитета, који је он толико волео, можда баш зато што није имао никакав формални карактер, ни писане статуте, чак ни неки званични назив, али је радио интензивно, предано и успешно, тако да су се њиме поносили и његови чланови и наш Универзитет.

Ова Петровићева notiца датира из доба првих радних састанака нашег предратног клуба математичара. На једном од њих аутор ових редова приказао је идеју о квазиидентичним опозицијама планетоида и њихову улогу у идентификовању недовољно посматраних тих објеката. За примену идеје требало је одредити периоде, за сваки од познатих планетоида, после којих се они враћају у опозицију са Земљом у исти, или приближно исти положај као и у извесној, произвољно изабраној, почетној опозицији.



Експедиција београдских астронома и математичара на Фрушку Гору с циљем да се одреди место изградње нове опсерваторије. С лева: Р. Кашанин, Ј. Михаиловић, М. Петровић, П. Поповић, А. Билимовић, М. Миланковић, В. В. Мишковић, Г. Грачанин и водич (Архив САНУ).

Другим речима, требало је, за сваки од познати.х планетоида - а у то време било их је око 1200 познатих – апроксимирати однос средњих сидеричких дневних кретања (или револуција) планетоида и Земље што је могуће простијим разломком, то јест са што мањим апсолутним вредностима и бројиоца и имениоца. Усто је требало још, за сваку апроксимацију, оценити (у данима) и њено отступање од тачне вредности. Дакле, већ и само одређивање периода квазиидентичних опозиција, за све нумерисане планетоиде, претстављало је позамашан нумерички посао. Два-три дана после тога састанка клуба пресрео ме је у Семинару професор Петровић, мало насмејан, са: "Имам за ону вашу ствар згодан графички поступак". И пружио ми је овај листић.

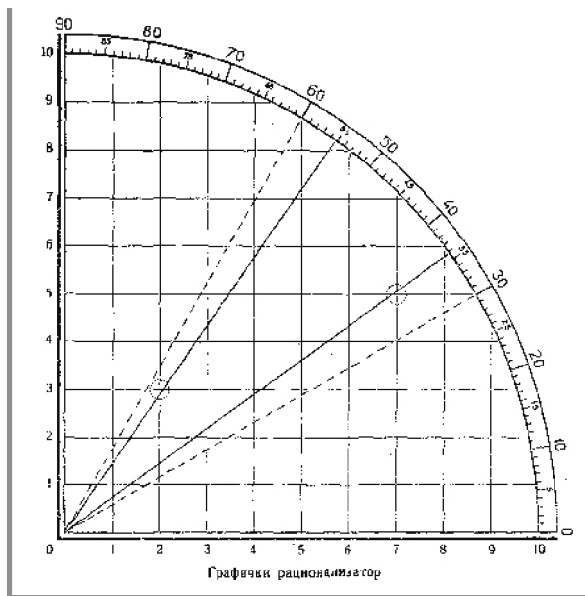
Фигури.

Да δ се приближно рационализује бројем λ , изостаје на земљи
 број κ шафрених зрна да $\kappa\lambda$ себи излази 0,7 и 1,7. — Водимо $\kappa\lambda$
 са 4 дигитима зрна, да из таблице себи зрна α који има са њом исту
 форму као $\kappa\lambda$. — Определимо форму λ којој
 одговара зрна α . — Тада, ако су γ и β зрна бројних сајених зрна —
 одговарајућих са њом α — таблица β таблица зрна α и γ којој α се,
 да се приближно

$$\lambda = \frac{\gamma}{\beta}$$

са δ приближно β који се одговарајућим разликом као разлика $\lambda - \frac{\gamma}{\beta}$ или разлика
 са δ разлику $\delta = \frac{\gamma - \beta}{\beta}$ где λ и β = одговарајуће зрна α се,
 одговарајућим разлика δ .

Аутограф Петровићева Графичког рационализатора



Графички рационализатор

Уз листић је била приложена и сличица квадранта са квадратном мрежом. Прочитао сам текст и видео одмах у чему је поступак. Једино ми, у том тренутку, нису биле јасне границе 0,7 и 1,7. И запитах професора Петровића: "Откуд баш 0,7 и 1,7"? Он се насмеја мало, па ће рећи: "Тако му најбоље дође, видите".

Петровићев графички рационализатор

Петровићево решење је врло једноставно и елементарно, али ипак у себи крије лепу искру изврсне математичке довитљивости. Проблем који је поставио Мишковић може се овако представити.

За дати реалан број λ одредити рационалну апроксимацију $R = q/p$, где су q и p релативно мали бројеви али тако да разлика $\Delta = \lambda - R$ буде што мања.

Овај проблем припада и данас актуелној области диофантовских апроксимација и решава се помоћу развоја броја λ у верижни разломак, што Мишковић и спомиње у свом чланку. Број $\lambda > 0$ добијен је мерењем и наравно у пракси λ је заправо разломак, тј. $\lambda = M/N$, где су M и N произвољни и релативно велики цели бројеви. Петровић решава овај задатак на следећи начин. Посматра праву

$$Y = \lambda X \quad (L)$$

која очигледно пролази кроз координатни почетак и има коефицијент правца λ Петровић затим конструише целобројну мрежу са „великим окнима“, рецимо 10×10 и нову праву L'

$$Y = k\lambda X.$$

и тако бира k да L' лежи између две фиксне праве које захватају са апсцисом углове редом од 35° и 60° . У тој мрежи налази тачку S која је најближа правој L' . Ако тачка S у мрежи има координате (p, q) , тада је коефицијент правца праве L' приближно једнак q/p (приметимо да је $q, p < 10$, тј. q и p су релативно мали бројеви), па можемо узети да је

$$k\lambda \approx q/p, \text{ тј. } \lambda = M/N \approx \frac{q}{kp} = R, \text{ одакле } \Delta = \lambda - R = \lambda - \frac{q}{kp}.$$

Мишковић илуструје овај поступак следећим примером.

Објаснићемо је овде на једном нумеричком примеру. Узмимо да треба упростити разломак λ , у којем је $M=2583$, $N=35796$.

По Петровићеву поступку, за фактор k могли бисмо узети било који цео број од 10 до 24. Узећемо, наравно, најмањи, јер је овај и са гледишта рачуна најпогоднији. У том случају је

$$k\lambda = \operatorname{tg} \alpha = 0,7216, \text{ дакле } \alpha = 35^{\circ} 49' \approx 35^{\circ}, 8.$$

Повуцимо из почетка графичког рационализатора праву, под овим углом са апсцисном осом, до саме издељене периферије. Потражимо затим координате темена квадратића мреже кроз који пролази ова права, односно, темена најмање удаљена од те праве. Видимо да је то окружено теме чије су координате $p=7$ и $q=5$. Према томе, тражена приближна вредност датог разломка је

$$\lambda = \frac{M}{N} \approx \frac{q}{kp} = \frac{5}{70} \approx 0,0714,$$

са отступањем

$$\frac{M}{N} - \frac{q}{kp} = 0,0722 - 0,0714 \approx 0,001.$$

На крају, Мишковић овако коментарише Петровићеву методу.

Петровићев графички рационализатор има две практичне предности. Прво, омогућује да се непосредно види и да ли се дати разломак апроксимира оздо (подбаченом) или озго (пребаченом приближном вредношћу). И, друго, омогућује да се релативно брзо и лако, са графика, не само нађе тражена приближна вредност датог разломка, већ да се и оцени његово приближно отступање од тачне вредности.

Што се тиче степена тачности који се графичким рационализатором може постићи, овај, наравно, зависи од његове величине и прецизности са којом је израђен.

Најзад, још једна напомена. Са графика се види и смисао граница 0,7 и 1,7. То су, уствари, само заокружене приближне вредности коефицијената праваца, којима је Петровић хтео да ограничи и, на свој начин, ограничио онај сектор на којем ће се координате p и q моћи са подједнаком и највећом тачношћу са графика одређивати.

Прилози

1. Диплома рибарског мајстора Михаила Петровића Аласа.



- 2.



Google doodle посвећен Михаилу Петровићу поводом 145 година од рођења

Литература

- Мијајловић, Ж.: 2018, *Биографија* (Михаила Петровића Аласа), Каталог изложбе, *Михаило Петровић – Алас, родоначелник српске математичке школе*, 11-28, САНУ.
- Мишковић, В.: 1953, *Графички рационализатор, Успомена на Михаила Петровића*, Зборник радова С.А.Н. XXXV, Математички институт С.А.Н. књ. 3.
- Rejović, N., Mijajlović, Ž.: 2009, Digitized works of academician Vojislav Mišković, *NCD Review*, **15**, 8–18.

A CONTRIBUTION OF MIHAILO PETROVIĆ ALAS TO ASTRONOMY

Mihailo Petrović invented a numerical method which Vojislav Mišković used in the numerical analysis of data and identification of less observed small planets.

Key words: Mihailo Petrović Alas, Vojislav Mišković, nomogram, numerical approximation, small planets, history of astronomy