Publ. Obs. Astron. Belgrade No. 48 (1995), 191 – 202

О ПРИМЕНЉИВОСТИ ЏИНСОВОГ КРИТЕРИЈУМА

ВЛАДИМИР ЧАДЕЖ

Институт за физику, Прегревица 118, 11080 Земун

Резиме. У раду је дискутована применљивост критеријума гравитационе нестабилности за неке типичне конфигурације. Показано је да се метод малих пертурбација може применити само локално зато што се облак са сопственим гравитационим пољем не може сматрати хомогеним. Као резултат, постоји горња граница геометријске величине пертурбација која је дефинисана карактеристичном дужином нехомогености средине $\mathcal{L}$. С друге стране, према Џинсовом критеријуму, гравитациона нестабилност настаје при пертурбацијама чије су линеарне димензије веће од неке критичне дужине L_J, Џинсове дужине. Отуда је важно проценити вредност односа $\mathcal{L}/L_J$ да бисмо били сигурни да закључци анализе имају смисла.

1. Увод

Феномен гравитационе нестабилности формулисао је и разматрао Џинс још 1902 године а после њега су ту проблематику обрађивали многи аутори, преко S. Chandrasekhara (1954), па све до A. E Radwana, C. G. Laceya, H. Dehnena (1989) (Radwan, 1989; Lacey, 1989; Corona-Galindo, Dehnen, 1989), уводећи разне додатне физичке услове, као што су утицај магнетног поља, ротације система, макроскопских токова флуида, дисипативних процеса итд. Добијени резултати су у суштини еквивалентни Џинсовом закључку да је гасовити облак са сопственим гравитационим пољем нестабилан у односу на мале пертурбације уколико одговарајућа таласна дужина превазилази одређену критичну вредност, реда величине познате Џинсове дужине $L_J = \left(\pi C_s^2/G\rho\right)^{1/2}$ (овде је $C_s = \sqrt{\gamma RT}$ – адијабатска брзина звука), када контракциона гравитациона сила надвлада експанзиону силу градијента притиска. Последица овакве нестабилности је појава фрагментације полазног облака у већи број независних делова

Први аналитички приступ овом проблему било је једно-димензионо разматрање хомогеног основног стања применом малих хармонијских пертурбација. Проширење овакве методе на нехомогене системе врши се тако што се предпостави локална хомогеност, наиме посматрају се само оне пертурбације чије су линеарне димензије λ знатно мање од карактеристичне дужине нехомогености средине, L: $\lambda \ll L$. Као резултат, увек се добија, као што је речено, да пертурбације код којих је λ веће од неке критичне дужине $\sim L_J$ нарастају у времену, односно долази до појаве гравитационе нестабилности.

У овом раду полази се од чињенице да само-гравитирајући облак не може бити хомоген у почетном стању и да се оваква нехомогеност не може занемарити (Čadež, 1985). Она следи као резултат система једначина које описују стање флуида пре него што се он пертурбује а одговарајућа карактеристична дужина нехомогености L је природна карактеристика система. Према томе, да би одговарајућа анализа стабилности хармонијских пертурбација имала смисла, мора да буде испуњен услов локалне хомогености $\lambda \ll L$ а да би критеријум за гравитациону нестабилност имао смисла, мора такође да буде испуњен услов $L_J \ll L$. Показаћемо да овај захтев најчешће није задовољен и да се тако поставља питање оправданости саме формулације Џинсовог критеријума за гравитациону нестабилност.

2. Полазне једначине

Систем се описује стандардним скупом хидродинамичких једначина за идеалне флуиде у сопственом гравитационом пољу и у присуству магнетног поља. Дисипативни процеси се занемарују као и ефекти зрачења.

Према томе, имамо следећи скуп једначина:

— једначина континуитета:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \tag{1}$$

— једначина кретања:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\nabla p - \rho \nabla \phi + \frac{1}{\mu_0}(\nabla \times \vec{B}) \times \vec{B}, \tag{2}$$

— једначина за магнетну индукцију, $\vec{B}$:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}), \tag{3}$$

— једначина стања за иделане гасове:

$$p = R\rho T, \tag{4}$$

где је R=8,3144 J K^{-1} mol^{-1} универзална гасна константа

— Пуасонова једначина:

$$\nabla^2\phi = 4\pi G\rho \tag{5}$$

где је G=6,6720 10^{-11} $m^3s^{-2}kg^{-1}$ гравитациона константа.

3. Равна геометрија

Размотримо прво стандардни случај равне геометрије, при чему све променљиве зависе од само једне просторне координате, z, која је одређена правцем деловања гравитационе силе.

3.1. Једначине основног стања

Посматраћемо флуид који представља идеални и потпуно јонизовани електропроводни гас у пољу сопствене гравитационе силе, описане потенцијалом, према Пуасоновој једначини (5). Хоризонтално магнетно поље нека има задани интензитет $B_0(z)$.

Сем тога, нека је основно, тј. непоремећено, стање стационарно, статичко и без дисипација.

Једначине (1)-(5) које описују овакав систем, сада се своде на следеће три:

$$\rho_0\nabla\phi_0 = -\nabla p_0 - \frac{1}{2\mu_0}\nabla B_0^2$$

$$p_0 = R\rho_0 T_0$$

$$\nabla^2\phi_0 = 4\pi G\rho_0$$

или, коначно, на само једну једначину за дистрибуцију густине ρ_0:

$$\nabla^2 ln\rho_0 + \left(\nabla lnT_0 - \frac{v_A^2}{C_s^2}\nabla lnB_0\right)\cdot(\nabla ln\rho_0) + \frac{4\pi\gamma G}{C_s^2}\rho_0$$

$$+\left[|\nabla ln\, T_0)|^2 + \nabla^2 ln\, T_0 + \frac{v_A^2}{C_s^2}\left(2\,|\nabla ln\, B_0|^2 + \nabla^2 ln\, B_0\right)\right] = 0 \tag{6}$$

Овде распоред температуре, $T_0(z)$, остаје произвољан и задаје се као почетни податак. То је и разумљиво, јер би за одређивање температуре било потребно користити додатне једначине, које се односе на пренос зрачења, на транспорт и изворе топлоте, а што све није предмет овог рада. Према томе, задовољићемо се произвољном, реалистичном расподелом температуре: T_0 треба да опада са растојањем z а да у некој централној области, која је лоцирана око $z = 0$, има максимум.

Слично важи и за расподелу интензитета магнетног поља. То је унапред задана величина, која у централној области има екстремалну вредност.

3.2. Изотермно основно стање, без магнетног поља

Пођимо од најједноставније, често примењиване, предпоставке о константности температуре, $T_0 = const$ (изотермни случај) а за почетак, занемаримо присуство магнетног поља.

Даље, што се расподеле густине тиче, нека на референтном нивоу $z = 0$ буду испуњени следећи гранични услови за ρ_0:

$$\rho_0 = \rho_c \qquad \frac{d\rho_0}{dz} = 0 \qquad i \qquad \frac{d^2\rho_0}{dz^2} < 0$$

тј. да ρ_0 ту има максимум.

Такође треба да буде: $\lim_{z\to\infty} \rho_0 = 0$

Уз ове услове, једначина (6) има следеће решење за густину у разматраном флуиду:

$$\rho_0(\mathcal{Z}) = \frac{\rho_c}{ch^2 \mathcal{Z}} \tag{7}$$

где је

$$\mathcal{Z} = \frac{z}{H} \qquad \text{odnosno} \qquad H = \left(\frac{RT_0}{2\pi G\rho_0}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{8}$$

Видимо је распоред густине природно нехомеген услед присуства сопствене гравитације, при чему се карактеристична дужина $\mathcal{L}$ нехомогености може дефинисати на следећа два начина, зависно од области:

– изван централне области, где је $\frac{d}{d\mathcal{Z}}(ln\rho_0) \neq 0$:

$$\mathcal{L} \equiv \left|\frac{d}{d\mathcal{Z}}(ln\rho_0)\right|^{-1} \qquad = \frac{1}{2} cth\, \mathcal{Z} \tag{9a}$$

– у центрланој области, где је $\frac{d}{d\mathcal{Z}}(ln\rho_0) = 0$:

$$\mathcal{L} \equiv \sqrt{2}\left|\frac{d^2}{d\mathcal{Z}^2}(ln\rho_0)\right|^{-\frac{1}{2}} \qquad = ch\, \mathcal{Z} \tag{9b}$$

Добијене величине (9) могу се сада упоредити са стандардним изразом за познату Џинсову дужину, који је дат следећим изразом:

$$L_J(\mathcal{Z}) \quad = \quad \left[\frac{\pi C_s^2}{G\rho_0(\mathcal{Z}}\right]^{\frac{1}{2}} \qquad = \sqrt{2\gamma}\, \pi H\, ch\, \mathcal{Z}$$

где је: $\gamma = \frac{c_p}{c_v} \quad = \frac{5}{3}$ у случају једно-атомског гаса; C_s = адијабатска брзина звука, односно, скалирано на дужину H:

$$\mathcal{L}_\infty(\mathcal{Z}) \equiv \frac{L_J(\mathcal{Z})}{H} = \sqrt{2\gamma}\,\pi\, ch(\mathcal{Z})$$

Као резултат, непосредно добијамо релације које одређују односе између Џинсове дужине и карактеристичних дужина нехомогености система:

— у централној области, где је $\mathcal{Z} \approx 0$:

$$\frac{\mathcal{L}_\infty}{\mathcal{L}} = \pi\sqrt{2\gamma} \quad > 1 \tag{10a}$$

— у осталом подручју, где је $\mathcal{Z} \neq 0$:

$$\frac{\mathcal{L}_\infty}{\mathcal{L}} = \pi\sqrt{2\gamma}\, e^{\mathcal{Z}} \quad > 1 \tag{10b}$$

Одавде се сада види да на растојању Џинсове дужине средина испољава природну нехомогеност, која се мора узети у обзир код примене метода малих, хармонијских пертурбација у анализи стабилности таквог система. Ова процедура има смисла само ако се примени локално, тј. ако је:

$$\lambda \quad \ll \quad L$$

где је λ типична дужина пертурбације.

3.3 Локална анализа малих пертурбација

Пертурбујмо сада произвољно нехомогено основно стање, малим хармонијским пертурбацијама, чија таласна дужина треба да буде знатно мања од типичне дужине нехомогености система, тј. посматрајмо понашање таласа малих амплитуда у локално хомогеној средини.

Ради једноставности разликоваћемо централну од нецентралне области.

А. Централна област

Непоремећена средина, када је $z \approx 0$, има следеће особине:

— све релевантне физичке величине зависе од координате z:

$B_0(z), \quad T_0(z), \quad \rho_0(z), \quad p_0(z),$

— произвољна величина f_0 основног стања има екстремум у овој области:

$\frac{\partial f_0}{\partial z} = 0 \qquad$ али је зато $\qquad \frac{\partial^2 f_0}{\partial z^2} \neq 0,$

— гравитационо убрзање делује дуж z-осе,

— хоризонтално магнетно поље је облика $\vec{B}_0(z) = [B_0(z), 0, 0]$,

— једно-димензионе пертурбације физичких величина су дуж z–осе:
$f_1 \quad \sim e^{-i\omega t + ikz}$.

Стандардне МХД једначине, (1)-(4) и Пуасонова једначина (5) своде се на следеће две једначине за пертурбације густине и магнетног поља:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2}{\partial t^2}\frac{\rho_1}{\rho_0} - C_s^2\frac{\partial^2}{\partial z^2}\frac{\rho_1}{\rho_0} - C_s^2\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}ln\rho_0 + \frac{8\pi G\rho_0}{C_s^2}\right)\frac{\rho_1}{\rho_0} & \\
= \quad C_A^2\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}\frac{B_1}{B_0} + \frac{B_1}{B_0}\frac{\partial^2}{\partial z^2}ln\, p_m\right) &
\end{aligned} \tag{11}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{B_1}{B_0} - \frac{\rho_1}{\rho_0}\right) \quad = \quad 0 \tag{12}$$

где је $C_A = \frac{B_0}{\sqrt{\mu_0\rho_0}}$ Алфвенова брзина.

Величине основног стања, које фигуришу у горњим изразима, задовољавају једначину за магнетну хидростатику (6) а која је у централној области следећег облика:

$$\frac{C_s^2}{\gamma}\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2}ln\,\rho_0 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}ln\,T_0\right) + C_A^2\frac{\partial^2}{\partial z^2}ln\,p_m + 4\pi G\rho_0 = 0 \tag{13}$$

где је $p_m = \frac{B_0^2}{2\mu_0}$, магнетни притисак.

Уведимо три карактеристичне дужине нехомогености, у односу на T_0, ρ_0 и p_m:

$$L_T \equiv \left|\frac{\partial^2}{\partial z^2}ln\sqrt{T_0}\right|^{-\frac{1}{2}} \;;\quad L_\rho \equiv \left|\frac{\partial^2}{\partial z^2}ln\sqrt{\rho_0}\right|^{-\frac{1}{2}} \;;\quad L_B \equiv \left|\frac{\partial^2}{\partial z^2}ln\sqrt{p_m}\right|^{-\frac{1}{2}} \tag{14}$$

Пошто у централној области величине основног стања, по предпоставци, имају екстремалне вредности, тј.$\frac{\partial f_0}{\partial z} = 0$, то можемо друге изводе изразити преко одговарајућих карактеристичних дужина нехомогености (14) на следећи начин:

$\frac{\partial^2}{\partial z^2}ln\,T_0 = -\frac{2}{L_T^2}$ (температура има максимум),

$\frac{\partial^2}{\partial z^2}ln\,\rho_0 = -\frac{2}{L_\rho^2}$ (густина има максимум),

$\frac{\partial^2}{\partial z^2}ln\,p_m = \pm\frac{2}{L_B^2}$ (магнетно поље има максимум/минимум).

Као што је речено, да би примењена метода анализе локалних нормалних мода у нехомогеној средини имала смисла, мора таласна дужина пертурбација да буде довољно мала:

$$\lambda \quad \ll \quad L_T,\, L_\rho,\, L_B$$

Под овим условима и обзиром на хармонијски облик решења, систем једначина (11)-(12) се сада своди се на локалну дисперзиону једначину:

$$\omega^2 = (C_A^2 + C_s^2)\left[k^2 - \left(\frac{8\pi G\rho_0}{C_A^2 + C_s^2} - \frac{C_s^2}{C_A^2 + C_s^2}\frac{2}{L_\rho^2} \pm \frac{C_A^2}{C_A^2 + C_s^2}\frac{2}{L_B^2}\right)\right] \tag{15}$$

Критеријум нестабилности, ($\omega^2 < 0$), који следи гласи:

$$\lambda^2 \quad > \quad \frac{2\pi^2\gamma\,(C_A^2 + C_s^2)\,L_T^2 L_\rho^2 L_B^2}{2C_s^2 L_\rho^2 L_B^2 + (2-\gamma)C_s^2 L_T^2 L_B^2 + \gamma C_A^2 L_T^2 L_\rho^2} \tag{16}$$

при чему су L_T, L_ρ и L_B повезани релацијом (13), која се своди на:

$$2\pi G\rho_0 L_\rho L_T L_B - \frac{C_s^2}{\gamma}(L_\rho + L_T)L_B \mp C_A^2 L_\rho L_T = 0 \tag{17}$$

Нека су све величине основног стања истог степена нехомогености, тако да је L_ρ=L_T=$L_B \equiv L$, где је према (17):

$$L \quad = \quad \left(\frac{2C_s^2 \pm \gamma C_A^2}{2\gamma\pi G\rho_0}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Критеријум (16) за нестабилност, сада постаје:

$$\lambda^2 \quad > \quad 2\pi^2\gamma\frac{C_A^2 + C_s^2}{\gamma C_A^2 + (4-\gamma)C_s^2}L^2 \qquad > \quad L^2 \tag{18}$$

где је $\gamma = \frac{5}{3}$

Као што се види, нестабилне могу бити само оне пертурбације чија је таласна дужина већа од карактеристиче дужине нехомогености. Другим речима, услов локалности, који је предпостављен приликом извођења саме дисперзионе једначине, не може да буде задовољен за нестабилне пертурбације. Према томе, критеријум нестабилности, $\omega^2 < 0$, овде нема смисла!

Б. Област изван центра

Овде ћемо поново разматрати поједностављено основно стање које сачињава изотермни гас, $T_0 = const.$, у одсуству магнетног поља, $B_0 = 0$.

Одговарајућа расподела густине дата је раније добијеним изразом (7) и гласи:

$$\rho_0(\mathcal{Z}) \quad = \quad \frac{\rho_c}{cosh^2\,\mathcal{Z}} \qquad \text{gdeje} \quad \mathcal{Z} = \frac{z}{H}, \quad H = \sqrt{\frac{RT_0}{2\pi G\rho_c}}$$

Једначина за малу пертурбацију густине, ρ_1, постаје:

$$\frac{\partial^2\rho_1}{\partial t^2} - C_s^2\frac{\partial^2\rho_1}{\partial z^2} = \frac{4}{H^2\gamma}\rho_1 + \frac{2}{H}\frac{1+\gamma}{\gamma}th\frac{z}{H}\frac{\partial\rho_1}{\partial z} \tag{19}$$

Локално решење горње једначине може да се тражи у облику $\rho_1 \sim e^{-i\omega t + i\kappa z}$, где је $\kappa = k + i\eta$ под условом да се функција $th\,\frac{z}{H}$ у горњем изразу (19) мало мења на растојању таласне дужине пертурбације, $\lambda = \frac{2\pi}{k}$, тј. да важи услов локалне хомогености, односно да једначина (19) има практично константне коефицијенте:

$$\lambda\frac{d}{dz}th\,\frac{z}{H} \quad < \quad th\,\frac{z}{H}$$

односно да је испуњено:

$$\lambda \quad < \quad H\,sh\frac{2z}{H} \quad \equiv \quad \lambda_0 \tag{20}$$

Локална дисперзиона једначина под наведеним условом добија следећи облик:

$$\omega^2 \quad = \quad \frac{4\pi^2C_s^2}{\lambda^2}\left\{1 - \frac{\lambda^2\left[4\gamma - (1+\gamma)^2 th\frac{z}{H}\right]}{4\pi^2\gamma^2H^2}\right\}$$

$$\eta \quad = \quad \frac{1+\gamma}{\gamma H}th\frac{z}{H}$$

Најзад, услов за гравитациону нестабилност, $\omega^2 < 0$, је сада:

$$\lambda^2 \quad > \quad 4\pi^2\gamma^2\frac{cth\,\frac{z}{H}}{4\gamma - (\gamma-1)^2 sh^2\frac{z}{H}}\lambda_0^2 \qquad > \quad \lambda_0^2$$

Видимо, да овако изведени критеријум за нестабилност нема смисла, јер би нестабилне пертурбације, исто као у претходном случају, требало да имају димензије веће од дужине нехомогености, тј. услов (20) не би био задовољен!

4. Сферна геометрија

Пређимо сада на испитивање расподела величина основног стања за сферно-симетрични, статички и стационарни систем. Ограничимо се на немагнетни случај са константном односно променљивом температуром T_0

4.1. Изотермно основно стање

Једначина за хидростатичку равнотежу (6) своди се у разматраном систему на следећу релацију за дистрибуцију густине:

$$\frac{d^2\epsilon}{dR^2} + \frac{2}{R}\frac{d\epsilon}{R} + e^{\epsilon} \quad = \quad 0 \tag{21}$$

где је:

$$\epsilon \quad \equiv \quad ln\,\frac{\rho_0}{\rho_c}; \qquad R \equiv \frac{r}{L_c}; \qquad L_c \equiv \frac{H}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{C_s^2}{4\pi\gamma G\rho_c}}$$

При томе су гранични услови за $R = 0$:

$$\epsilon = 0; \qquad \frac{d\epsilon}{dR} = 0; \qquad T_0 = T_c \tag{22}$$

Једначина (21) са условима (22) има следеће асимптотско решење за $R \gg 1$:

$$\epsilon \quad \simeq \quad ln\frac{2}{2+R^2} \tag{23}$$

које указује на то да густина облака има зависност $\rho_0 \sim \frac{1}{R^2}$ при $R \gg 1$. Међутим, са оваквом дистрибуцијом густине, укупна маса M облака дивергира:

$$M \quad = \quad \lim_{R\to\infty} 4\pi \int_0^R d\xi\,\xi^2\rho_0(\xi) \quad = \quad \infty$$

Као закључак, може се одмах констатовати да полазна претпоставка о хидростатичкој равнотежи у разматраном случају доводи до нефизичког резултата и да постављање питања гравитационе нестабилности таквог система нема смисла.

4.2 Неизотермни случај

Најједноставније а уз то сасвим реално уопштење претходног основног стања, са намером да се елиминише дивергенција укупне масе, је да се предпостави нека дистрибуција температуре, $T_0 = T_0(R)$, у виду монотоно опадајуће функције координате R.

Сада једначина за хидростатичку равнотежу (6) добија следећи облик:

$$\frac{d^2\epsilon}{dR^2} + \left(\frac{2}{R} + \frac{d\tau}{dR}\right)\frac{d\epsilon}{dR} + e^{\epsilon-\tau} = f(\tau) \tag{24}$$

где је:

$$\tau \equiv ln\frac{T_0}{T_c}; \qquad f(\tau) \equiv -\left(\frac{d\tau}{dR}\right)^2 - \frac{d^2\tau}{dR^2}$$

Да би укупна маса M облака била коначна, потребно је да густина ρ_0 опада са R брже него $\frac{1}{R^3}$, односно, тражимо да асимптотско решење $\rho_0(R)$ за $R \gg 1$ буде облика:

$$\frac{\rho_0}{\rho_c} = A\,R^{-(3+\delta)} \tag{25}$$

где су A и δ позитивне константе.

Решење оваквог типа ће постојати ако се $T_0(R)$ одабере тако да задовољава једначину:

$$\frac{d^2\tau}{dR^2} + \left(\frac{d\tau}{dR}\right)^2 - \frac{3+\delta}{R}\frac{d\tau}{dR} + \frac{A}{R^{3+\delta}}e^{-\tau} - \frac{3+\delta}{R^2} = 0 \tag{26}$$

Једна таква могућност је сигурно реалистична функција облика:

$$\tau \simeq ln\,\frac{K}{R^{\mu}} \qquad \text{odnosno}: \qquad T_0(R) \simeq T_c\frac{K}{R^{\mu}}$$

где су μ и K позитивне константе.

Једначина за температуру τ се сада своди на:

$$(3+\delta)(1-\mu) - \mu(\mu+1) = \frac{A}{KR^{\beta}} \tag{27}$$

где је $\beta \equiv 1 + \delta - \mu$.

Ако је $\beta > 0$ онда десна страна горње једначине (27) тежи нули када је $R \gg 1$ а δ тада постаје:

$$\delta = \frac{2}{1-\mu} - \mu - 5$$

Како треба да су и δ и μ позитивне величине, то одмах следи да могу постојати решења за коректну асимптотику када константа μ узима вредности из интервала $0.65 \le \mu \le 1$.

Дакле, погодно одабрана расподела температуре разматраног облака може да елиминише сингуларност укупне масе, односно статичко и стационарно основно стање сферно симетричног система могуће је само у неизотермном случају.

Погледајмо још каква су решења у централној области, где је $R \ll 1$ а функције величина основног стања имају екстремалне вредности. У том домену, дистрибуција густине ρ_0 има следећи облик:

$$\rho_0(R) \quad \simeq \quad \rho_c\left(1-\frac{1+b}{6}R^2\right) \tag{28}$$

где је $b \equiv \frac{d^2}{dR^2}\, ln\left[\frac{T_0(R)}{T_c}\right]|_{R=0} < 0$
Најзад, полазећи од горе добијеног, коректног основног стања, напишимо карактеристичне дужине нехомогености, $\mathcal{L}_0$ односно $\mathcal{L}_\infty$, које одговарају областима $R \ll 1$ односно $R \gg 1$:

$$\mathcal{L}_0 \quad \equiv \quad \sqrt{2}\left|\frac{d^2}{dR^2}\, ln\rho_0\right|^{-\frac{1}{2}} \quad = \quad \left(\frac{6}{|1+b|}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\mathcal{L}_\infty \quad \equiv \quad \left|\frac{d}{dR}\, ln\rho_0\right|^{-1} \quad = \quad \frac{R}{3+\delta}$$

Да би Џинсов критеријум, који следи из локалне пертурбационе анализе, имао смисла, потребан је услов:

$$\mathcal{L} \quad \gg \quad \mathcal{L}_\infty \quad \equiv \quad \frac{L_J}{L_0} = 2\pi\left[\gamma\frac{T_0(R)\rho_c}{\rho_0(R)T_c}\right]^{\frac{1}{2}}$$

што се за разматрана два домена своди на:

$$\frac{2\pi^2}{3}\gamma|1+\beta| \quad \ll \quad 1, \qquad R \ll 1$$

$$2\pi(3+\delta)\left(\gamma\frac{K}{A}R^\beta\right)^{\frac{1}{2}} \quad \ll \quad 1, \qquad R \ll 1$$

Горње неједнакости могу бити задовољене ако је, на пример за $R = 0$ постигнуто да је $b \equiv \frac{d^2}{dR^2}\, ln\left[\frac{T_0(R)}{T_c}\right] \simeq -1$ и да је уз то $\frac{K}{A}R^\beta$ довољно мала величина, што је случај код ниских температура и релативно великих густина при $R \gg 1$. Тиме би само био испуњен потребан али не и довољан услов за евентуалну појаву Џинсове нестабилности, што коначно упућује на закључак да овај проблем заслужује даљу пажњу.

Референце

Chandrasekhar, S.: 1954, *Astrophys. J.* **119**, 7.
Corona-Galindo, M. G., Dehnen, H.: 1989, *Astrophys. Space Sci.* **153**, 87.
Čadež, V. M.: 1985, *Twenty Years of Plasma Physics*, World Publishing Co., Singapore, p. 312.
Lacey, C. G.: 1989, *Astrophys. J.* **336**, 612.
Radwan, A. E.: 1989, *Physica Scripta*, **39**, 284.

APPLICABILITY OF JEANS CRITERION

VLADIMIR ČADEŽ

Institute of Physics, Pregrevica 118, 11080 Zemun

Abstract. Applicability of gravitational instability criterion is discussed for some typical configurations. It is shown that the small perturbation method has to be applied locally only, the reason being that the medium of a self-gravitating cloud cannot be considered homogeneous throughout the whole space. Consequently, there is an upper limit to the geometrical size of a perturbation, defined by the typical inhomogeneity scale length $\mathcal{L}$. On the other hand, according to Jeans criterion, the gravitational instability sets in for perturbations having their linear dimensions larger than some critical length L_J, the Jeans length. It is therefore of importance to estimate the value of the ratio $\mathcal{L}/L_J$ in order to be sure that the local analysis conclusions are meaningful.